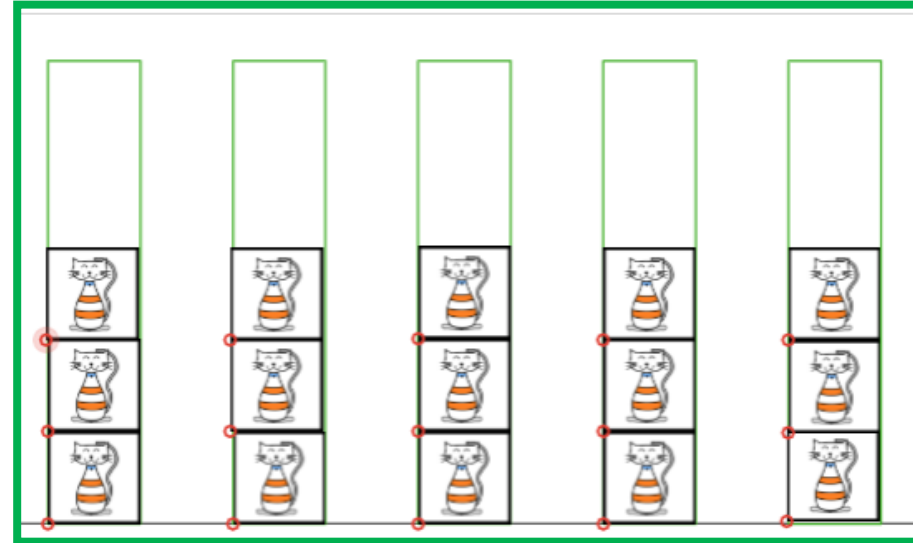
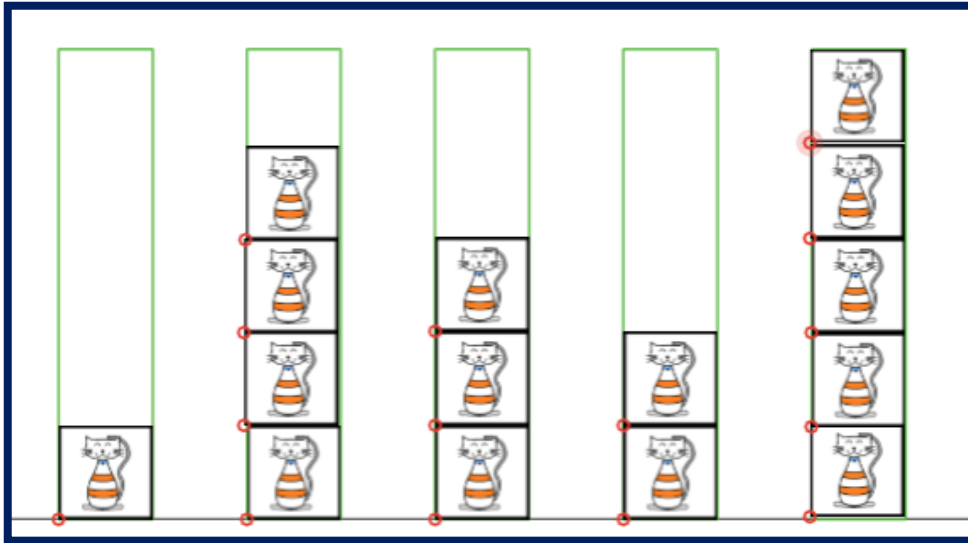


МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ: ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Спикер: Сачкова Елена Николаевна

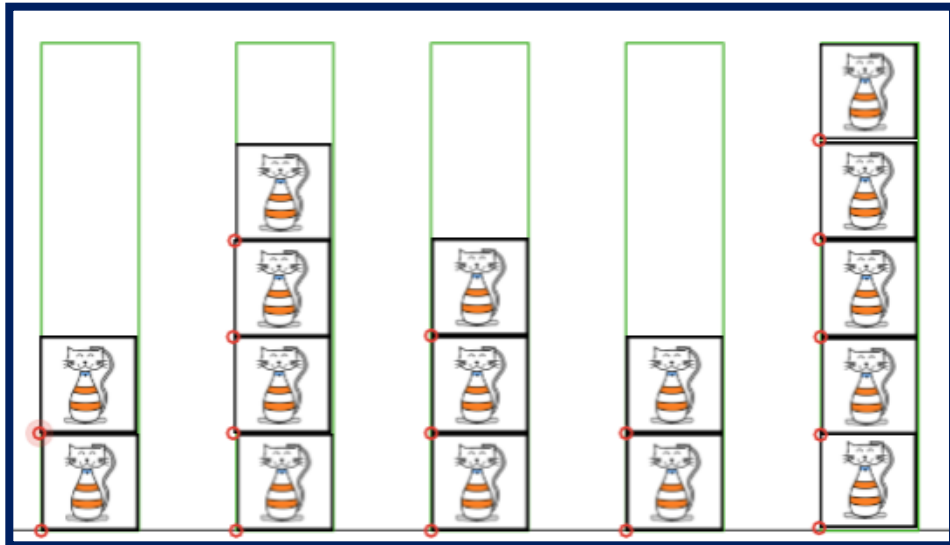
СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ



$$15 : 5 = 3$$

В среднем...

$$16 : 5 = 3,2$$



АБСОЛЮТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Единицы измерения:

- *простые*
(штук, метров, килограммов, квадратных метров, рублей,...)
- *сложные* (человекочасов,...)
- *условные* (тубы – тысяча условных банок: 1 усл. банка вес нетто 400г)

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

$$OV = \frac{\text{Что сравнивают}}{\text{С чем сравнивают}} \\ (\text{база сравнения})$$

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

$$OB = \frac{\text{Что сравнивают}}{\text{С чем сравнивают}} \\ (\text{база сравнения})$$

OB - коэффициент (индекс), если база сравнения принимается за единицу

OB·100 - проценты (%), если база сравнения принимается за 100

OB·1000 - промилле (‰), если база сравнения принимается за 1000

OB·10 000 - продецимилле (‱), если база сравнения принимается за 10000

- 1) Численность населения Москвы 12 655 050 чел.
Численность населения Санкт-Петербурга 5 384 342 чел

$$OB = \frac{12655050}{5384342} \approx 2,35 \quad - \text{коэффициент (индекс)}$$

$$OB = \frac{\text{Что сравнивают}}{\text{С чем сравнивают}} \\ (\text{база сравнения})$$

100% - численность населения Санкт-Петербурга
 $2,35 \cdot 100\% = 235\%$ - численность населения Москвы

- 2) Площадь г. Москва 2561,5 кв. км
Плотность населения: $OB = \frac{12655050 \text{ чел}}{2561,5 \text{ кв.м}} \approx 4940,48 \text{ чел./кв.км}$

- 3) Численность населения Санкт-Петербурга 5 384 342 чел
Площадь С-Пб 1439 кв.км
Плотность населения: $OB = \frac{5384342 \text{ чел}}{1439 \text{ кв.м}} \approx 3837,73 \text{ чел./кв.км}$

4) Сравним средние цены на двух рынках, приняв за базу сравнения среднюю цену на первом рынке:

$$OB = \frac{\text{Что сравнивают}}{\text{С чем сравнивают}} \\ (\text{база сравнения})$$

$$\frac{\text{Средняя цена на втором рынке}}{\text{Средняя цена на первом рынке}} \cdot 100\% = \frac{18,52}{17,73} \cdot 100\% = 104,46\%$$

Ответ: средняя цена реализации товаров на втором рынке на 4,46% больше, чем на первом.

$$\frac{\text{Средняя цена на первом рынке}}{\text{Средняя цена на втором рынке}} \cdot 100\% = \frac{17,73}{18,52} \cdot 100\% = 95,73\%$$

Ответ: средняя цена реализации товаров на первом рынке на 4,27% меньше, чем на втором.

Задача 1. В начале 2014 года телевизор стоил 30 000 руб., а в начале 2015 года тот же телевизор стал стоить на 30% дороже. Сколько стоил этот телевизор в начале 2015 года?

Решение:

Прежнюю стоимость телевизора примем за 100%. Тогда новая стоимость телевизора составит $100\% + \frac{30\%}{r_{ув}} = \frac{130\%}{r_{ув}}$. Найдем новую цену

телевизора в рублях:

$$\frac{30000}{100\%} \times 130\% = 30000 \times \frac{\frac{130\%}{r_{ув}}}{100\%} = 30000 \times \underbrace{1,3}_{i_{ув}} = 39000 \text{ руб.}$$

В данной задаче описано изменение стоимости телевизора:

- 1) телевизор стоил $C_1 = 30\,000$ руб.;
- 2) цена телевизора изменилась в $\underbrace{1,3}_{i_{ув}}$ раза или увеличилась на $\frac{30\%}{r_{ув}}$;
- 3) телевизор стал стоить $C_2 = 39\,000$ руб.

1) **Абсолютное изменение** показателя - это разность между новым и прежним значениями показателя:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 39000 - 30000 = 9000 \text{ руб.}$$

Абсолютное изменение показывает на сколько новое значение показателя отличается от прежнего. Если абсолютное изменение больше нуля, то значение показателя увеличилось, а если меньше нуля, то уменьшилось.

Вывод: стоимость телевизора увеличилась на 9000 руб.

2) **Индекс изменения (индекс динамики):**

$$i = \frac{\text{Новое значение показателя}}{\text{Прежнее значение показателя}}$$

Индекс изменения показывает, во сколько раз изменилось новое значение показателя по сравнению с его прежним значением.

$$i_{II} = \frac{39000}{30000} = 1,3$$

Вывод: новая цена телевизора изменилась в 1,3 раза по сравнению с прежним значением.

2) Индекс изменения (индекс динамики):

$$i = \frac{\text{Новое значение показателя}}{\text{Прежнее значение показателя}}$$

Индекс изменения показывает, во сколько раз изменилось новое значение показателя по сравнению с его прежним значением.

$$i_{\text{ц}} = \frac{39000}{30000} = 1,3$$

Вывод: новая цена телевизора изменилась в 1,3 раза по сравнению с прежним значением.

Правило 1: Для того чтобы найти новое значение показателя нужно его прежнее значение умножить на индекс изменения

$$30000 \times \underbrace{1,3}_{i_{\text{ц}}} = 39000$$

3) Темп роста:

$$T_p = i \times 100\%$$

$$T_p = 1,3 \times 100\% = 130\%$$

Темп роста показывает, сколько процентов составляет новое значение показателя от его прежнего значения. Если темп роста больше ста процентов, то значение показателя увеличилось. Если темп роста меньше ста процентов, то значение показателя уменьшилось.

Вывод: новая цена телевизора составляет 130% от его прежней цены.

Из формулы темпа роста выразим индекс изменения:

$$i = \frac{T_p}{100\%}$$

Правило 2: Для того чтобы зная темп роста найти индекс изменения нужно темп роста поделить на 100%.

4) Темп прироста:

$$T_{np} = T_p - 100\%$$

$$T_{np} = 130\% - 100\% = 30\%$$

Темп прироста показывает, на сколько процентов изменилось новое значение показателя по сравнению с прежним значением. Если темп прироста больше нуля, то значение показателя увеличилось, а если меньше нуля, то уменьшилось по сравнению с прежним значением.

Вывод: новая цена телевизора на 30% больше прежней цены.

Из формулы темпа прироста выразим темп роста:

$$T_p = T_{np} + 100\%$$

Правило 3. Для того чтобы найти темп роста нужно к темпу прироста прибавить 100%.

Замечание: используя изученные показатели, решение исходной

задачи можно выполнить так:

Задача 1.

В начале 2014 года телевизор стоил 30000 руб.,

а в начале 2015 года тот же телевизор стал стоить на 30% дороже.

Сколько стоил этот телевизор в начале 2015 года?

Дано: $C_1 = 30000$ руб.

$$T_{np} = 30\%$$

Найти: $C_2 - ?$

$$\Delta C - ?$$

Решение:

1) зная темп прироста, находим темп роста $30\% + 100\% = 130\%$

2) от темпа роста переходим к индексу изменения

$$i = \frac{130\%}{100\%} = 1,3$$

3) согласно правилу 1: $C_2 = C_1 \times i = 30000 \times 1,3 = 39000$ (руб.)

4) $\Delta C = C_2 - C_1 = 39000 - 30000 = 9000$ (руб.)

Задача 2

Товар стоил 28 000 руб. Магазин установил скидку 15%.

Охарактеризуйте изменение цены на товар, рассчитав показатели: темп прироста, темп роста, индекс изменения цены. Найти новую цену товара и абсолютное изменение цены.

Ответы: темп прироста (-15%);

темп роста (-15% + 100% = 85%);

индекс изменения $85\% : 100\% = 0,85$;

новая цена $28000 \times 0,85 = 23800$ (руб.);

абсолютное изменение цены $\Delta C = 23800 - 28000 = -4200$ - цена

уменьшилась на 4200 руб.

Задача 3

В начале года товар стоил 20 000 руб.

За год цена увеличилась на 25%,

а за следующий год цена на этот товар уменьшилась на 15%.

Сколько стал стоить товар и на сколько процентов изменилась цена в конце рассматриваемого периода по сравнению с его началом.

Дано: $C_0 = 20000$ руб.

$$T_{\text{рп1}} = 25\%$$

$$T_{\text{рп2}} = -15\%$$

Найти: $C_2 - ?$ $T_{\text{рп12}} - ?$

Решение:

Зная темпы прироста, находим индексы изменения

$$i_1 = 1,25$$

$$i_2 = 0,85.$$

Зная индексы изменения цены за первый и второй год, находим цену ноутбука сначала в конце первого года, а затем в конце второго года:

$$C_1 = C_0 \times i_1 = 20000 \times 1,25 = 25000 \text{ (руб.)}$$

$$C_2 = C_1 \times i_2 = 25000 \times 0,85 = 21250 \text{ (руб.)}$$

Задача 3

В начале года товар стоил 20 000 руб.

За год цена увеличилась на 25%,

а за следующий год цена на этот товар уменьшилась на 15%.

Сколько стал стоить товар и на сколько процентов изменилась цена в конце рассматриваемого периода по сравнению с его началом.

$$C_1 = C_0 \times i_1 = 20000 \times 1,25 = 25000 \text{ (руб.)}$$

$$C_2 = C_1 \times i_2 = 25000 \times 0,85 = 21250 \text{ (руб.)}$$

Заметим, что задачу можно решить в одно действие:

$$C_2 = C_1 \times i_2 = C_0 \times i_1 \times i_2 = 20000 \times 1,25 \times 0,85 = 21250 \text{ (руб.)}$$

$$C_2 = C_0 \times (i_1 \times i_2) = 20000 \times (1,25 \times 0,85) = 20000 \times \underbrace{1,0625}_{i_{12}} = 21250 \text{ (руб.)}$$

$i_{12} = 1,0625$ - индекс изменения цены за два года.

Зная индекс изменения цены за двухлетний период, найдем темп роста и темп прироста цены за два года:

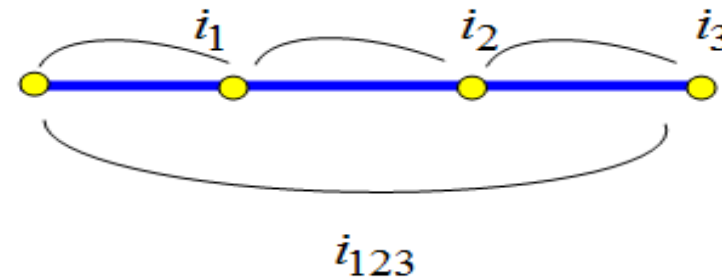
$$T_p = i_{12} \times 100\% = 1,0625 \times 100\% = 106,25\%;$$

$$T_{\text{пр}} = T_p - 100\% = 106,25\% - 100\% = 6,25\%$$

Ответ: цена на ноутбук за два года выросла на 6,25% и составила 21250 руб.

Правило 4. Если период времени разделен на несколько частей и известны индексы изменения за каждую часть периода, то для того, чтобы найти индекс изменения за весь период, нужно перемножить индексы изменения за каждую часть периода:

$$i_{123} = i_1 \times i_2 \times i_3$$



!!! Темпы прироста за каждую часть периода складывать нельзя. Нужно от темпов прироста перейти к индексам изменения и перемножить индексы изменения

Задача 4

Цена на телевизор за первый квартал 2014 года снизилась на 10%, за второй квартал - ещё снизилась на 5%, за третий квартал выросла на 20%, за четвертый квартал - ещё выросла на 15%. На сколько процентов изменилась цена на телевизор к концу 2014 года по сравнению с началом 2014 года. Сколько стал стоить телевизор в конце 2014 года, если в начале 2014 года этот телевизор стоил 24 000 руб.

-10% - 5% + 20% + 15% = + 20% - **неверное решение**

Задача 4

Цена на телевизор

за первый квартал 2014 года снизилась на 10%,

за второй квартал - ещё снизилась на 5%,

за третий квартал выросла на 20%,

за четвертый квартал - ещё выросла на 15%.

На сколько процентов изменилась цена на телевизор к концу 2014 года по сравнению с началом 2014 года.

Сколько стал стоить телевизор в конце 2014 года, если в начале 2014 года этот телевизор стоил 24 000 руб.

Решение:

$$i_{1234} = i_1 \times i_2 \times i_3 \times i_4 = 0,9 \times 0,95 \times 1,2 \times 1,15 = 1,1799$$

$$T_{np1234} = i_{1234} \times 100\% - 100\% = 1,1799 \times 100\% - 100\% = 17,99\% \quad \text{- за год цена на}$$

телевизор выросла на 17,99%

$$C_4 = C_0 \times i_{1234} = 24000 \times 1,1799 = 28317,6 \text{ (руб.)}$$

Правило 5. Если показатели A, B и C связаны между собой соотношением

$$A = \frac{B}{C}$$

то **ИНДЕКСЫ** изменения этих показателей связаны между собой точно таким же соотношением, то есть выполняется равенство

$$i_A = \frac{i_B}{i_C}$$

Задача 5. Цена на школьную тетрадь выросла на 25%. На сколько процентов изменится количество тетрадей, которые можно приобрести на ту же самую сумму денег.

Решение:

Ц - цена, К - количество, С - стоимость

$$K = \frac{C}{Ц} \Rightarrow i_K = \frac{i_C}{i_{Ц}}$$

$$i_{Ц} = 1,25$$

$$i_C = 1$$

$$i_K = \frac{i_C}{i_{Ц}} = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

Зная индекс изменения, найдем темп прироста:

$$T_{np} = i_K \times 100\% - 100\% = 80\% - 100\% = -20\%$$

Ответ: на ту же самую сумму денег можно купить на 20% меньше тетрадей.

Задача 6

Количество работников на предприятии уменьшилось на 10%, но при этом средняя заработная плата выросла на 15%. На сколько процентов изменилась величина затрат предприятия на оплату труда.

Решение:

K - количество работников, Z - средняя заработная плата,

OT - затраты предприятия на оплату труда.

$$OT = Z \times K \Rightarrow i_{OT} = i_Z \times i_K$$

$$i_Z = 1,15$$

$$i_K = 0,9$$

$$i_{OT} = i_Z \times i_K = 1,15 \times 0,9 = 1,035$$

$$T_{npOT} = i_{OT} \times 100\% - 100\% = 3,5\%$$

Ответ: затраты предприятия на оплату труда вырастут на 3,5%.

**Спасибо за
внимание!**

